

10. プロダクションモデル —漁獲量と努力量から—

10.1 概要

これまで紹介した成長生残モデルに基づく資源解析の方法は多くのデータを必要とします。一方、ここで紹介するプロダクションモデルは漁獲量や努力量などのデータだけで資源解析ができる方法です。また、直接、漁獲量や単位努力量当たり漁獲量などに合わせる方法なので、予測値に関しては実績値から外れた値が出にくいと考えられています。プロダクションモデルを使用する際に、一般に必要とする仮定は次の5つです(谷津 2001、田中 2012)。

- (1) 閉じた漁場であること。漁獲対象は資源全体であると仮定している。
- (2) 資源の反応に時間遅れがないこと。成長や加入への密度効果がすぐにでると仮定している。
- (3) 漁獲開始年齢に変化がないこと。同じ年齢の魚から漁獲すると仮定している。
- (4) 年齢組成の変化と資源の増減には関係がないこと。年齢組成の違いにより成長による増重効果に差が生じるが、そのような影響はないと仮定している。
- (5) 漁獲能率 q 、内的自然増加率 r 、環境収容力 K が一定であること。

プロダクションモデルの基本的な考え方はラッセルの方程式と個体群のロジスティック方程式です。ここでは谷津(2001)を参考にしながらプロダクションモデルを紹介します。

ラッセルの方程式は式(1)で示されます。

$$B_{t+1} = B_t + A + G - V - Y \quad (1)$$

B_t : 期間 t の資源量

A : 加入量

G : 成長量

V : 自然死亡量

Y : 漁獲量

ここで、 $A + G - V = P$ なお、 P は余剰生産量で自然増加量とも呼ばれます。

ロジスティック式は式(2)で示されます。

$$dB/dt = r (1 - B/K) B \quad (2)$$

ここで r は内的自然増加率、 K は環境収容力で、密度効果が考慮されています。

この2つの式に基づきシェーファーが考えたのがシェーファーのプロダクションモデル、式(3)です(Schaefer 1957)。

$$dB/dt = rB (1 - B/K) - qXB \quad (3)$$

ここで、 q は漁具能率、 X は漁獲努力量、 Y は漁獲量で、 $Y = qXB$ と仮定されています。ロジスティック式を用いた場合、余剰生産量 P の最大値は $B = 1/2K$ で得られ、 $P=Y$ で漁獲すると持続的に最大の漁獲量(MSY)が得られます。

シェーファーのプロダクションモデル式(3)を用いて、具体例を示しながら、次の3つの推定方法を紹介します。

- (1) 平衡状態を仮定して、簡単な形にしてから推定する方法。
- (2) 非平衡状態と観測誤差を仮定して、非線形最小2乗法により目的関数最小化により推定する方法。なお、観測誤差とは、観測されたCPUEに誤差があることです。
- (3) 非平衡状態と過程誤差を仮定して、重回帰式にもちこんで推定する方法。なお、過程誤差とは資源動態モデルにモデル外のランダムな変動、例えば環境変動に由来する誤差が加わることです。

10.2 具体例

10.2.1 平衡プロダクションモデル(10-sf_pm.xls - Sheet 10.2.1)

シェーファーのプロダクションモデルにおいて平衡状態を仮定すると、式(3)は $dB/dt = 0$ となり、

$$qXB = rB (1 - B/K) \quad (4)$$

となります。

先に $Y = qXB$ と仮定しているので、 $CPUE = \text{漁獲量}/\text{努力量} = Y/X = qB$ となり、 $B = CPUE/q$

式(4)から $qB = rB/X (1 - B/K)$

$$\text{従って、} CPUE = qB = rB/X (1 - B/K) \quad (5)$$

式(5)に $B = \text{CPUE}/q$ を代入して整理すると、

$$\text{CPUE} = qK - (q^2K/r)X \quad (6)$$

式(6)は CPUE と漁獲努力量 X の 1 次回帰式なので、パラメータは簡単に求められます。ただし、推定されるのは qK と (q^2K/r) で、 q 、 K 、 r を独立に推定することはできません。また、資源量の絶対値 $B = \text{CPUE}/q$ などは q が必要になるので推定できません。

また、MSY は次のようにして求められます。

CPUE に努力量 X をかけると漁獲量 Y になるので、

$$\text{式(6)の両辺に } X \text{ をかけて、} \quad Y = \text{CPUE} \cdot X = qKX - (q^2K/r)X^2 \quad (7)$$

式(7)を X で微分すると

$$dY/dX = qK - 2(q^2K/r)X$$

$dY/dX = 0$ となる X で Y が最大になり、最大持続生産量 MSY になります。

$$qK - 2(q^2K/r)X = 0 \text{ より、} X_{\text{MSY}} = qK/2(q^2K/r) = r/2q$$

これを上記の 式(7)に入れると

$$\text{MSY} = qK(r/2q) - (q^2K/r)(r/2q)^2 = rK/2 - rK/4 = rK/4 \text{ となります。}$$

10.2.2 非平衡プロダクションモデル(観測誤差モデル;目的関数によるパラメータ推定)(10-sf_pm.xls - Sheet 10.2.2)

式(1)を差分化すると次の式(8)になる。

$$B_{t+1} = B_t + rB_t(1 - B_t/K) - qX_tB_t \quad (8)$$

式(8)において初期資源量 B_0 および r 、 q 、 K を与えると B_t が順次計算される。

そこで、計算値と現実の $CPUE_t$ 、すなわち qB_t と Y_t/X_t の差の二乗を目的関数の式(9)として、

$$SSQ = \sum (qB_t - Y_t/X_t)^2 \quad (9)$$

この式(9)を最小にする B_0 および r 、 q 、 K を EXCEL のソルバーによる非線形最適化法を用いて求めることができます。

10.2.3 非平衡プロダクションモデル状態(過程誤差モデル;重回帰分析によるパラメータ推定) (10-sf_pm.xls - Sheet 10.2.3)

式(8)の両辺に q をかけると次の式(9)になる。

$$qB_{t+1} = qB_t + qrB_t (1 - B_t/K) - q^2X_tB_t \quad (9)$$

ここで、 $qB_t = CPUE_t$ なので、変形すると次の式(10)になる。

$$CPUE_{t+1} = (1 + r)CPUE_t - (r/qK)CPUE_t^2 - qX_tCPUE_t \quad (10)$$

これは $CPUE_t$ と X_t に関する重回帰式であるので、EXCEL の分析ツールを利用して、 r 、 q 、 K を求めることができます。

10.3 補足

10.3.1 3つの方法の比較

(1)平衡状態を仮定した方法、(2)非平衡状態と観測誤差を仮定して、非線形最小 2 乗法により目的関数最小化により推定する方法、(3)非平衡状態と過程誤差を仮定して、重回帰式にもちこんで推定する方法、これら 3 つの方法について比較してみます。

(1)の方法は、資源は常に平衡状態にあるという仮定が非現実的であるということで、線形回帰を用いた推定は現在ほとんど使われていません。また、資源量の絶対値 $B=CPUE/q$ などには q が必要になるので推定できません。

(2)の方法は、プロダクションモデルの式どおりに資源は変動しているが、観測値である $CPUE=Y/X$ が資源量の指数値からずれている、つまり観測誤差を仮定して推定しています。具体例の観測誤差モデルのエクセルシートには $CPUE$ データと推定値の経年変化を示しました。推定値と $CPUE$ データの差異が観測誤差ということになります。なお、具体例では計算の過程で単位を $1/10000$ にしたので、元の単位に戻すためには、 q 、 B 、 K でそれぞれ $1/10000$ 、 10000 倍、 10000 倍する必要があり、 $r=0.0704$ 、 $q=0.000001818$ 、 $K=4,723,577$ 、 $MSY=83,082$ 、 $B_{MSY}=2,361,788$ 、 $X_{MSY}=19,337$ となります。観測誤差モデルでは $B_{1934}=6,449,880 > K=4,723,577$

でかつ r が小さいことから、1934 年には環境収容力以上の資源量があり、その後 r が小さいから増加することなく減少を続けているという解釈となっています。

(3)の方法は、資源の変動はプロダクションモデルには必ずしも従っておらず、ランダムな変動が誤差として加わっている、つまり過程誤差を仮定しているが、観測値は誤差の無い値が得られているという立場です。具体例では単位は元のままなので、 $r=0.8116$ 、 $q=0.0000122$ 、 $K=907,362$ 、 $MSY=184,103$ 、 $B_{MSY}=453,681$ 、 $X_{MSY}=33,151$ となります。過程誤差モデルでは $B_{1934}=CPUE_{1934}/q = 846,441 < K=907,362$ で r も大きいことから、1934 年には環境収容力以下の資源量であり、毎年の CPUE の変動を r による増加で説明しようとしているようです。

このように(2)の観測誤差モデルと(3)の過程誤差モデルでは推定値に大きな差が生じることも珍しくありません。このような性質を把握した上で使うことも重要です。

10.3.2 エクセルのソルバーで収束させる工夫

(2)の非平衡状態と観測誤差を仮定して、非線形最小 2 乗法により目的関数最小化により推定する方法の場合、エクセルのソルバーを使用します。推定パラメータの値が大きいとソルバーがうまく収束しない場合があります。このような場合、データの単位を変えることにより推定パラメータの値を小さくするとうまく収束しやすくなります。さらに、ソルバーの制約条件の不等式の変更、ソルバーの「オプション」の「GRG 非線形」の「収束」値の桁数を小さくすることや、「微分係数」を「中央」にするなどの方法もあるようです。一般的にプロダクションモデルにおいて目的関数最小化でパラメータを推定しようとする、パラメータを少し変えただけで資源量が負になったりして推定が困難なことが多く、様々な工夫が必要になります。今回は初期値を変えてもこの値の近傍になったので、一応収束はしていると思います。ただし、他に最小値がある可能性もあり、これが最適解かどうかは不明で注意が必要です。

10.4 引用文献

- 10.4.1 田中栄次. 2012. 新訂水産資源解析学. 成山堂書店. 146pp
- 10.4.2 谷津明彦. 2001. プロダクションモデル. 資源評価体制確立推進事業報告書－資源解析手法教科書－, 日本水産資源保護協会, 92-102.
- 10.4.3 Schaefer, M. B. 1957. A study of the dynamics of the fisheries for yellowfin tuna in the Eastern tropical Pacific Oceans. Bull. Inter-Amer. Trop. Tuna Comm., 2(6), 245-285.

10.5 雛形になる文献

- 10.5.1 Jacobson, L. D., De Oliveira, J. A. A., Barange, M., Cisneros-Mata, M. A., Félix-Uraga, R., Hunter, J. R., Kim, J. Y., Matsuura, Y., Ñiquen, M., Porteiro,

- C., Rothschild, B., Sanchez, R. P., Serra, R., Uriarte, A., and Wada, T. 2001. Surplus production, variability, and climate change in the great sardine and anchovy fisheries. *Can. J. Fish. Aquat. Sci.* 58: 1891-1903.
- 10.5.2 Jensen, A. L. 1986. Assessment of the Maine lobster fishery with surplus production models, *North American Journal of Fisheries Management*, 6:1, 63-68.