体長制限の効果について* I

山 中 一 郎

The effect of size restriction on its yield.……I

Ichiro YAMANAKA

Synopsis

The effect of size restriction of fish on its yield was discussed mathamatically under the following assumptions

(i) The size composition of fish caught can be shown by the exponential curve,

$$\Phi(b)=Ae^{-kl}$$

here, $k=n+f$

n and f are due to natural and fishing mortalities respectablly.

(ii) The annual growth is liner, namely

$$l_i=lo+ig$$

(iii) the size ristriction is deterministic. (i) and (ii) were treated by BARANOV. Under snch conditions, when, by the size restriction, the minimum allowable size was enlarged as to permit the r years' growth, the yield in the i-th years after restriction is shown by the formulae

$$W_{(i)}=exp.(fl_{i+r})[\Omega(k+f,\ l_r)-\Omega(k+f,\ l_{r+i})]+\Omega(k,\ l_{r+i}) \qquad i\leqq r$$

$$W_{(i)}=exp.(rgf)[\Omega(k,\ l_r)-\Omega(k,\ l_i)]+exp.(fl_{i+r})[\Omega(k+f,\ l_r-\Omega(k+f,\ l_{i+r})]$$
$$+\Omega(k,\ l_{i+r}) \qquad i<r$$

here, $l_r=l_o+rg$

l_o…… minimum size before riestriction

$$\Omega(kl)=A\int_l^\infty l^3e^{-kl}dl$$

a numerical example was shown.

1. はしがき

以東底曳資源の研究にあたり，網目についての研究が全国的研究課題として取り上げられている(1) そして，実際に使用されている網目が漁獲物の体長組成に及ぼす影響については，既に東北，北海道両海区水産研究所で行われているが(2)，ここでは漁獲物の体長を制限することが，魚群体及び漁獲物の尾数や重量にどのような変化を及ぼすかについて，若干の考察を行つた。なお，この研究は以東底曳資源調査担当者会議の決定による全国的研究の一環をなすものであり，実例として使用した資料は

---

* 昭和28年11月三重県津市で開催の日本水産学会で発表

1951～3年，日本海の関係各府県の委托調査及び香住港で実施した調査によるものである。日水研資源部長加藤源治氏には，この研究実施についての高配と本報の校閲を，また，日水研岡地伊佐雄氏には実施上の協力を，同長尾静代嬢及び新潟大学数学科学生伊藤順三君には図表作成，数値計算等の労を煩わしたことを夫々感謝する。

2. 基 本 仮 定

a） 体長制限の魚群体に及ぼす効果は，i）生長を有効に利用すること。ii）未成熟な魚の漁獲を規制して次代の添加量を確保すること。の2つが考えられる。しかし，添加量の変化が漁獲物の組成に現われるのは比較的緩慢である[3]と考えられるので，ここでは（i）のみについて考える。

b） 漁獲物の体重組成は BARANOV[4] の取扱つた場合，すなわち，年生長量は一定であり，また各年令の体長の分散は近似的に等しく，体長組成は近似的に指数型として現わされる場合について考える。これは日本海西南部のカレイ類については，現在扱つている2～5才の範囲で近似的に適用される[5]。

c） 体長制限効果は切断的である。すなわち，制限最小体長未満のものは全く捕えられず，また，これ以上のものは全部同一漁獲率で捕えられる。

d） 魚群の密度は成長に影響しない。

これ等の仮定に対する吟味は後述する。

3. 体長制限の漁獲物曲線に与える影響

a） 当初の漁獲物曲線

上述の仮定に合致する漁獲物の体長組成は

$$\Phi(l)=Al^{-kl} \quad \cdots\cdots(1)$$

となる。ここで l は体長，k は体長減長係数を示す。ただし，この場合，この曲線は漁獲最低体長 l_0 より右の部分に対してのみ実（real）の意味を有し，これより左の部分は虚（imaginary）の意味を有している。（第1図）

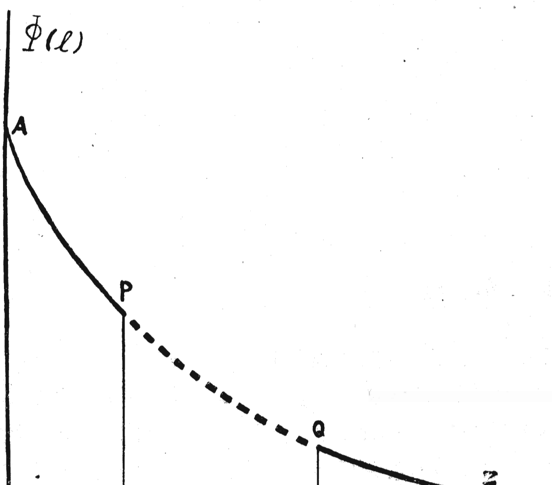

Fig. 1. Original catch curve

ここで，更に k を自然死亡によるもの m と漁獲死亡によるもの f とにわけると，

$$k=m+f \quad \cdots\cdots(2)$$

年生長量を g（これは前の仮定により一定）とすれば，生残率 ρ，年自然死亡率 ν，年漁獲死亡率 ϕ との間には，

$$e^{-kg}=\rho,\quad 1-e^{-mg}=\nu,\quad 1-e^{-fg}=\phi \quad \cdots\cdots(3)$$

の関係がある。

b） 体長制限直後の漁獲物曲線

いま，最少体長のものを更に r 年だけ生長させてから漁獲するため，最少体長を $l_r=l_0+rg$ に拡大する。このときの漁獲物曲線の型は前と同様であるが，第1図のPQの部

分が実際の漁獲から除かれ imaginary となり，real な部分は Q より右の部分のみとなる。

c)　制限1年後の漁獲物曲線（第2図）

漁獲物曲線は PQ, QR, RS, SZ の4部分にわかれる。このうち，始めの2つは imaginary である。

PQ: 前年 l_0 であつた魚の体長は $l_1=l_0+g$ になる。この間の減少は自然死亡のみにより，この間の漁獲物曲線は，

$$\Phi_1(l)=Be^{-ml} \cdots\cdots\cdots\cdots (4)-1$$

ここで

$$B=Ae^{-fl_0} \cdots\cdots\cdots\cdots (4)-2$$

となる*。

QR: この間の減衰率は $\Phi_0(l)$ と同じであるので(+)この曲線は

$$\left.\begin{aligned}\Phi_1(l)&=C_1e^{-kl}\\ C_1&=Ae^{fg}\end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots (5)$$

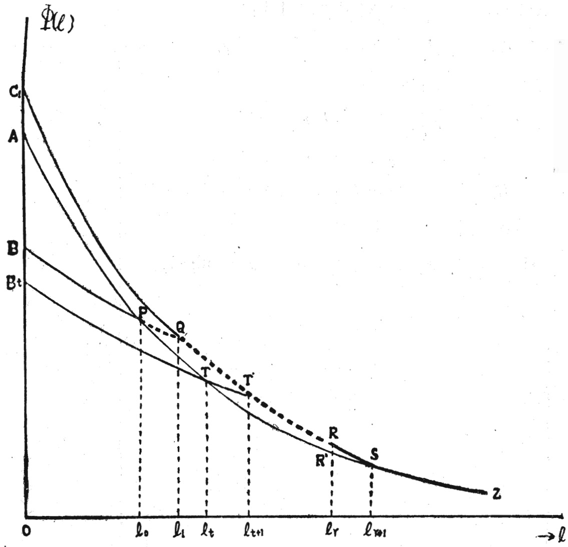

Fig. 2.　Catch curve i years after restriction $i\geqq r$

RS: これは新旧漁獲物曲線の過渡期の曲線であり，この形は(ﾅ)

$$\left.\begin{aligned}\Phi_1(l)&=D_1e^{-(f+k)l}\\ D_1&=Ae^{fl_{i+r}}\end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots (6)$$

---

* 第II図で点Pは $\Phi_1(l)$ と $\Phi_0(l)$ の交点であるから

$\Phi_1(l_0)=\Phi_0(l_0)$

$\therefore\ B=A\ exp(-kl_0)\,exp.(nl_0)$

$=A\ exp.(-fl_0)$　($k=m+f$ なる故)

† l_o と l_r の間にある任意の l_t なる魚体を考えると，これは1年後には l_{t+1} になる。この間の減少は自然減少によるのみである。これは曲線 TT′ に相当するから，第2図により

$Bt\ exp(-nl)$ となる。($l_t\leqq l\leqq l_{t+l}$)

Bt は前と同様　$Bt=A\ exp.(-fl_t)$

T' は TT' と QR の交点であるから QR の式を $\Phi_1(l)$ とすれば

$\Phi_1(l_{t+l})=B_t\ exp.(-ml_{t+l})=A\ exp.(-fl_t)\times exp.(-ml_{t+l})=A\ exp.(fg)\,exp.(-kl_{t+l})$

($\therefore\ l_t=l_{t+l}-g$)

この式で t は $o\geqq t\leqq r-1$ のあらゆる点で成立するから

$\Phi_1(l)=A\ exp.(fg=kl) \cdots\cdots\cdots\cdots QR$ の式

ﾅ RS 間の補間（第4図）

先づ $i>r$ としある時期に全部の漁獲があるものとすると，第V図の如くこの間の漁獲物曲線は $R\,S_r\,R_1\,S_{r-1}\,R_2\cdots R_rS$ という折線になる。

次にこの漁期を年2回，3回……とまして行くと $R\,R_1\,R_2\cdots R_{nr}$, $S\,S_1\,S_2\cdots S_{nr}$ は共に R S に収斂する。ここで Sa の高さは，a 年後の曲線 $\Phi a(l)$ の QR の部分を i -a 年左方に延長したときの R の値であるから，

$Ca\ exp.(-kl_{i-a})=Aexp.(afg)\,exp.(-kl_i)\,exp.(-kag)=Aexp.(-kl_i)\,exp\,[ag(f+k)]$

すなわち，Sa の高さは等比数列をする。又 Ra も同様である。

故に曲線 RS は $\varphi_i(l)=E_iexp(al)$（ここで E, a は常数）なる指数曲線である。

この E, a の値は，この曲線が R, S の2点を通ることから求めることが出来る。

すなわち

$\Phi_i(l_i)=E_iexp.(l_{ia})$

$\Phi_i(l_{i+r})=E_iexp.(al_{i+r})$

$=E_iexp.(al_i)exp.(arg)$

一方 R は $\Phi_i(l)$ の QR 上の点であるから

$C_rexp.(-kl_i)=Aexp.(rfg)exp.(-kl_i)$

S も同様で

$Aexp.(-kl_{i+r})=Aexp.(-kl_i)exp.(-krg)$

これ等をといて

$a=-(f+k)$　　$E_i=C_rexp.(fl_i)=Aexp.(fl_{i+r})$

を得る。

S 以後，これは制限前と同じで

$\Phi_1(l)=Ae^{-kl}$ ……………………(7)

これ等を整理すると

PQ: $\Phi_1(l)=Be^{-nl}$ $\quad B=Ae^{-fl_0}$

QR $\qquad =Ce^{-nl}$ $\quad C=Ae^{fg}$

RS: $\qquad =D_1e^{-(f+k)l}$ $\quad D_1=Ae^{fl_{i+r}}$

S 以下 $\qquad =Ae^{-kl}$

(d) i 年後（$i \leqq r$）の漁獲物曲線

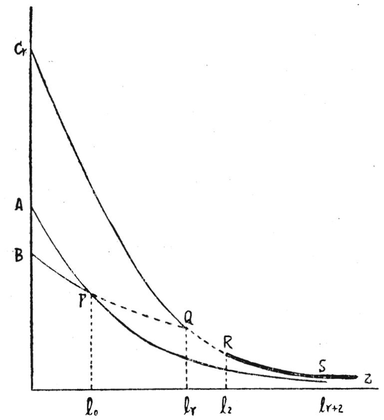

Fig. 3. catch curve i years after restriction ($i > r$)

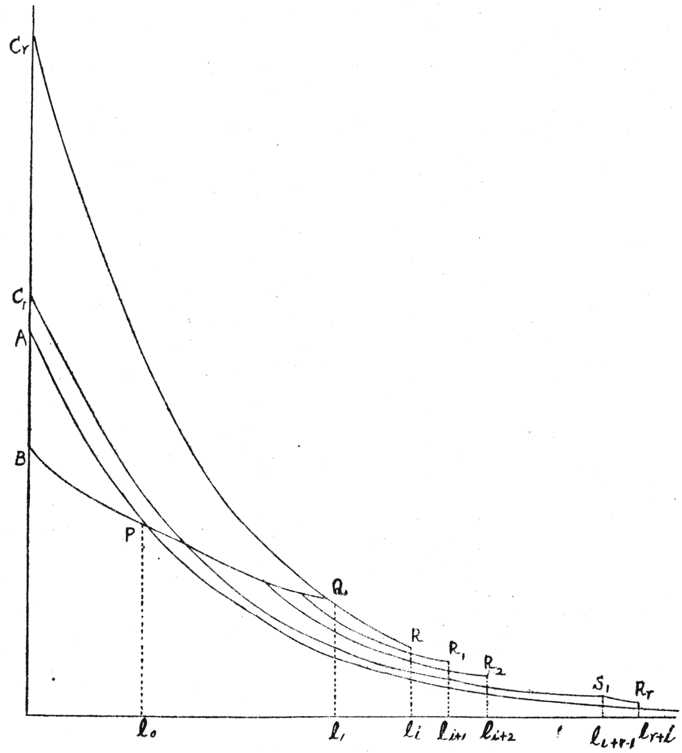

Fig. 4. detail of curve RS

(c) と同様にして 2 年後，3 年後……i 年後の漁獲物曲線を求めると

PQ: $\Phi_i(l)=Be^{-nl}$ $\qquad B=Ae^{-fl_0}$

QR $\qquad =C_ie^{-kl}$ $\qquad C_i=Ae^{ifg}$

RS $\qquad =Del^{-(k+f)l}$ $\quad D_i=Ae^{fl_{i+r}}$ ……………………………………………………(8)

S 以下 $\qquad =Ae^{-kl}$

(e) 第 i 年（$i > r$）の漁獲物曲線

$i=r$ のときは第 2 図の Q と R とは一致し，第 3 図のようになる。ここで，

PQ: $\quad \Phi_i(l)=Be^{-nl}$ $\qquad B=Ae^{-fl_0}$

QR: $\quad \Phi_i(l)=C_re^{-nl}$ $\qquad C_r=Ae^{rfg}$

RS: $\quad \Phi_i(l)=E_ie^{-(f+l)r}$ $\quad E_i=Ae^{fl_{i+r}}$ ……………………………………………………(9)

S 以後 $\quad \Phi_i(l)=Ae^{-kl}$

i が大になると S 以後の部分は O に近く，この場合，QR，RS，S 以降は共に real である。以上のべたように漁獲物曲線は real な部分も，imaginary の部分も，すべて，A，m，f，k，r 等の特性値をもつて形の定まる指数函数として示すことができる。

4. 漁 獲 尾 数 の 変 化

今

$$\Psi(x,y)=A\int_y^\infty e^{xl}dy \cdots\cdots(10)$$

という函数記号を導入する。ここで A, l は前節と同じ意味である。

制限前の漁獲尾数は

$$\int_{l_0}^\infty Ae^{-kl}\,dl=\Psi(k_1l_0) \cdots\cdots(11)$$

制限直後の漁獲尾数は

$$\int_{l_r}^\infty Ae^{-kl}dl=\Psi(k,lr) \cdots\cdots(12)$$

又

$$\int_{l_1}^{l_2} Ae^{-kl}dl=\Psi(k_1l_2)-\Psi(k_1l_1) \cdots\cdots(13)$$

この場合，制限後 i 年（$i\leqq r$）の漁獲物曲線の real な部分について

曲線 RS の部分

$$\int_{l_r}^{l^i{}_{+r}} D_ie^{-(k+f)l}dl=Ae^{ifg+flr}\int_r^{r+1}e^{-(k+f)}dl=e^{f(l_{r+i})}\left\{\Psi(k+f,r)-\Psi(k+f,r+i)\right\} \cdots\cdots(14)$$

S 以後

$$\int_{l_{r+i}}^\infty Ae^{-kl}=\Psi(K,r+i) \cdots\cdots(15)$$

したがつて，漁獲尾数 F_i は

$$F_i=e^{fl_{i+r}}\left\{\Psi(k+f,r)-\Psi(k+f,r+i)\right\}+\Psi(k,r+i) \cdots\cdots(16)$$

同様に，$i>r$ 年については

$$QR:\ \int_{l_r}^{l_i}C_re^{-kl}dl=e^{rfg}\left[\Psi(k,l_r)-\Psi(k,l_i)\right] \cdots\cdots(17)$$

$$RS\ \ \int_{l_i}^{l_{r+i}}E_ie^{-(k+f)l}=e^{rfg+fli}\int_{l_i}^{l_{i+r}}e^{-(k+f)l}dl=e^{fl'_{i+r}}\left\{\Psi(k+f,l_i)-\Psi(k+f,l_{i+r})\right\} \cdots\cdots(18)$$

S 以降

$$\int_{l_{i+r}}^\infty Ae^{-(kl)}dl=\Psi(k,l_{i+r}) \cdots\cdots(19)$$

故に

$$F_{(i)}=e^{rfg}\left[\Psi(k,l_r)-\Psi(k,l_i)+e^{fl_{i+r}}\left[\Psi(k+f,l_i)-\Psi(k+f,l_{i+r})\right]+\Psi(k,l_{i+r})\right. \cdots\cdots(20)$$

したがつて，あらかじめ，$\Psi(k,\,l)$ を実際に使用される範囲について計算しておけば，容易に F_i の体長を求めることができる。

体長制限をした後に期待される安定漁獲尾数は $r\to\infty$ とおいて

$$F_\infty=e^{rfg}\Psi(k,\,l_r) \cdots\cdots(21)$$

である。すなわち，制限直後の e^{rfg} 倍である。

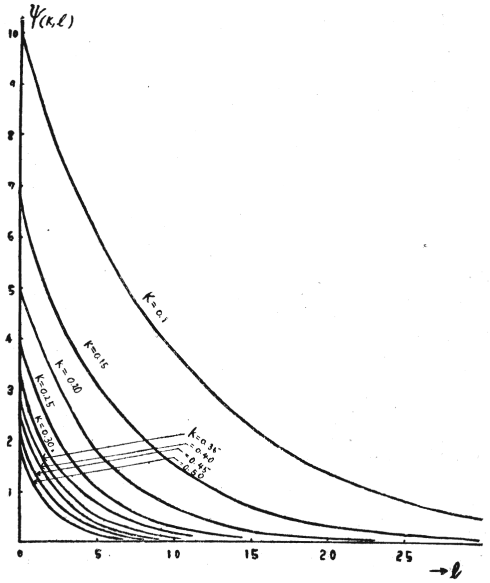

Fig. 5.　fish number function ψ

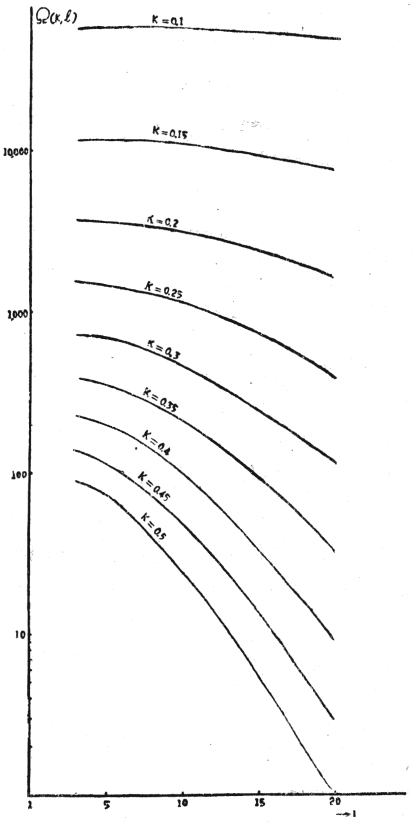

Fig. 6.　yield function Ω

5. 漁獲重量の変化

魚体の肥満度が体長により大差ないとき，重量は体長の3乗にほぼ比例するから，前節の A に比例常数を含ませると，

$$W=\int_{l}^{\infty} l^3\Phi(l)=A\int_{l}^{\infty} l^3 e^{-kl}dl \cdots\cdots (22)$$

が漁獲重量を示す函数となる。

前と同じく

$$\Omega(x, y)=A\int_{y}^{\infty} y^3 e^{-xy}dy=\frac{A}{x}e^{-xy}\left\{y^3+\frac{3}{x}y^2+\frac{6}{x}y+\frac{6}{x^3}\right\} \cdots\cdots (23)$$

という函数を導入すれば，前節で漁獲尾数 F を求めるときの (17)～(20) の式の Ψ の代りに Ω をそのまま代入することによつて漁獲量を求めることができる。すなわち，

制限年の重量

$$W=\Omega(k, l_0) \cdots\cdots (24)$$

制限直後

$$W_o=\Omega(k, l_r) \cdots\cdots (25)$$

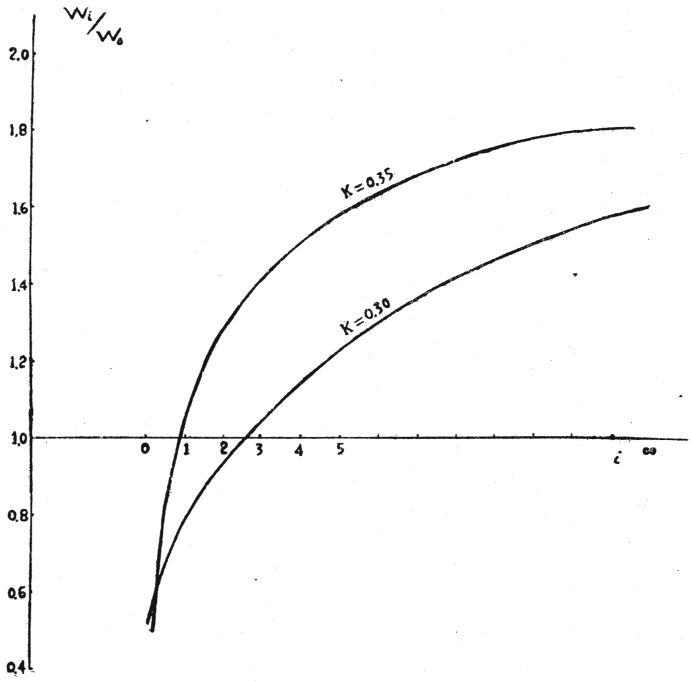

Fig. 7. Effec of restriction on yield

i 年後（$i \leqq r$）

$$W_i = e^{fl_{i+r}}[\Omega(k+f, l_r) - \Omega(k+f, l_{r+i})] + \Omega(k\,l_{r+i}) \quad \cdots\cdots (26)$$

$i > r$

$$W_i = rfg[\Omega(k, l_r) - \Omega(k, l_i)] + e^{fl_{i+r}}[\Omega(k+f, l_r) - \Omega(k+f, l_{r+i})] + \Omega(k, l_{i+r}) \quad \cdots\cdots (27)$$

これも Ω の値を (23) によつてあらかじめ計算しておくことによつて容易に求めることが出来る。なお，安定漁獲重量も前と同じく

$$W_{\infty} = e^{rfg}\Omega(k, l_r) \quad \cdots\cdots (28)$$

となる。

6. 実　　例

1951～3年，浜田，米子，香住等の諸港でおこなつたソーハチガレイの体長調査によれば[5]，k＝0,35～0.45，であり，自然死亡率 ν を 0.1～0.15 とおけば，m の値は (3) により 0.03～0.04 となる。また，g＝3.8 cm であるが，計算の都合上これを 4.0 とおいて夫々 Ψ，Ω，W 等の値を計算表示した（第5～7図）。

7. 吟　　味

(a) 第1に問題になるのは $\Omega(k, l)$ の値で，これは l の増加と共に単調には減少するが，この収斂速度は k の絶対値の小さいときはきわめて緩である。W_i に影響を与えるのは l^3 に比例する量であり，この値は l が相当大きい場合にかなりの量になると予想される。このことを生物学的にいえば，

僅かの非常に体長の大きい魚が存在して，これが漁獲重量に大きな影響をあたえていることを示す。このように l の大きな所まで指数函数的な体長組成曲線を仮定するのは無理であるが，これは，このようにして求めた $\Omega(k,l)$ から，さらに $\Omega(k,l_m)$ (l_m は実存しうる最大体長) を減ずることにより修正できる。実際には，k の値が実例として用いられたような範囲にあれば，この修正項は無視しても誤差はいちぢるしくは大でない。

(b) 体長制限が切断的であるとしたが，実際には最少体長に近い部分については撰択作用があるので，これより小さな部分にも漁獲が及ぶであらう。(a) は漁獲重量の予想を過大視し，これは過小視するが，これはやはり l^3 に比例する量であり，体長の小さな部分ではこの影響は少く，かつ (a) と (b) とである程度打消し合うと思われる。

(c) 体長分布についての仮定は最初にのべたとおりである。

(d) 魚群体の密度変化による生長度の変化については考えていないが，これは最初より考えに入れることは取扱を著しく困難にするので，今後にまつこととし，第1近似解として取入れて論ずることはさけた。

(e) このような問題は，過率過程論的に取扱うべきであるが，これも今後の修正にまつこととした。

8. 摘　　要

もつとも簡単な指数型体長分布を示す魚群体の最少体長を制限した場合，その体長分布曲線の変化はもとの体長分布曲線から導くことのできることを示し，制限直後から安定漁獲にいたるまでの年々の漁獲尾数とその重量の推移を求める式を作り，実例を示した。

文　　献

(1) **水産庁** ('52): 研究月報 No. 1,

(2) **北水研** ('52): 北海道区資源調査要報

東北水研 ('52): 機船底曳漁業の禁止区域と網目について

(3) **RICKER. W. E,** ('48): Method of Estimating Vital Statistics of Fish Population.

(4) **BARANOV, F. I.** ('51): 漁業生物学の基礎問題（笠原，深滝訳）（水産庁調査研究部）

(5) **山中一郎，岡地伊佐雄** ('53): （日水研）日本海区以東底魚資源調査概報 No. 1,