体長組成から年令組成を求める方法についての吟味

（日本海大羽イワシについて）

山 中 一 郎

A discussion on the methods estimating age composition from body length.

Ichiro YAMANAKA

Synopsis

The precision of several kinds of methods estimating age composition is discussed mathematically.

(1) Assuming that the body length of a certain age distributes normally, and putting the proportions of each age as unknown parameters, the least square method is available to solve them.

In this case, many causes of error act orthogonally and the precision is not so good when the growth rate is not so large compared with the range in an age, and moreover the procedure of computation is tedious.

(2) Stratifying samples drawn according to length, the age composition in every length interval is estimated and is summed up.

In this case, the precision is superior to the former. But the procedure of stratifying is not always available in the field work.

(3) The direct sampilng for age determination is desirable in the viewpoint of mathematics, but the number of samples necessary for this pourpose is pretty large even if the age determination is complete. It is the problem of practice.

1. 緒　　　言

現在行われているイワシ，底魚等の資源調査の中軸は，標本調査によつて体長組成を求めることにおいているが，これは生物学的研究によつて体長と年令との関係を求め，体長組成を年令組成に引きなおすためであるが，この場合，体長組成の精度はあらかじめ計画することが出来るのであつて，このようにして間接に年令組成を推定する場合にての精度がどのようなものであるかを知つておく必要があるので，日本海流網による大羽イワシについて検討して見た。

体長組成から年令組成を求める方法として考えられる方法は，

（i） 各年令毎に体長の度数分布を求め，これから各体長毎に年令組成を未知数とする連立方程式を作り，最小自乗法によつて解く方法，すなわち，ある年令 t の魚体が体長階級（x, $t+\Delta x$）にある確率を $P_t(x)\Delta x$ とする。又 t 才魚の全母集団中の組成を A_t，又全年令を通じて体長階級（x, $x+\Delta x$）に属する組成率を $F(x)\Delta x$ とすれば，

$$F(x)\Delta x=\sum_{(t)} A_t P_t(x)\Delta x \quad \cdots\cdots(1)$$

$P_t(x)$ の値は同一年令の魚体の体長の分布形がわかれば知ることが出来るから，A_t を未知数として最小自乗法により解くことが出来る[1]。

（ii） 各体長階級毎に年令組成をしらべ，これを全変域に引き直す[2]。すなわち，体長範囲（x, $x+\Delta x$）に属するものの中で年令 t なるものの占める割合を $f_x(t)$ とし，$F(x)$, A_t 等を前と同じ意味に用いるとすれば，

$$A_t=\sum_{(x)} F(x)\, f_x(t)\Delta x \quad \cdots\cdots(2)$$

となる。解析的に扱うときは $\Delta x \to 0$ として，(2)は，

$$A_t=\int_{(t)} F(x)\, f_t(t)dx \quad \cdots\cdots(3)$$

とする方がよい。

2. 第1法による場合の吟味

この場合の標本採集は二重抽出によることが出来る。すなわち，体長組成推定用の標本と，体長—年令の関係を知るための標本は独立にとることが出来る。体長分布を知るために抽出した資料を全部用いるか，又はこの中より副次抽出によつてとる方がよいであろうが，イワシの如く鱗の剝げ易い魚種にあつては，このようにして得られた個体が必ずしも検鱗に都合がよいとは限らないので，むしろとり易い方法で別にとることにした。この際，同一年令に属する体長の分布が正規型であれば，この特性をあらわす母数，すなわち母平均と母標準偏差から推定することが出来，又，この標本値は安定がよいので，これを推定するための標本をとることは労力的には相当に容易であろう。

	2 才	3 才	4 才	5 才
m_t	19.5	21.0	21.5	22.6
σ_t	0.93	0.73	0.57	0.57
個体数	593	480	260	120

日本海沿岸各府県への委託調査（1950年）によつて得られた資料を使つて上述の事実を検して見ると，略々近似的に成立することを知つた[3]。その各年令に対する不偏推定量（標準偏差については標本数が相当多いので一致統計量も同一である）を左に示す。厳密にいえば，生長度は地域によつて異るのでこのような取扱は各地域毎になすべきである[4]。

このとき $P_t(x)$ は次の形になる。

$$P_t(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma_t}\ exp.-(x-m_t)^2/2\sigma_t^2 \quad \cdots\cdots(4)$$

よつて (1) は，

$$F(x)\,\Delta x=\sum_t At\cdot\frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma_i}\ exp.-(x-m_t)^2/2\sigma_t^2\Delta x \quad \cdots\cdots(5)$$

基準方程式を作ると，

$$\sum_x F_x\cdot\frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma_t}\ exp.-(x-m_t)^2/2\sigma_t^2\Delta x=\sum_t\sum_x A_t\,\frac{1}{2\pi\,\sigma_t\,\sigma_t'}\ exp.-\left[\frac{(x-m_t)^2}{2\sigma_t^2}+\frac{(x-m_t')^2}{2\sigma_t'^2}\right]\Delta x$$

この左辺は実際の値を計算して求めなければならないが，右辺の各係数は変形すれば簡単な形になる。すなわち，$\Delta x \to 0$ とすれば，

$$\lim_{\Delta x\to 0}\sum_x A_t\cdot\frac{1}{2\pi\sigma_t\sigma_t'}exp.-\left[\frac{(x-m_t)^2}{2\sigma_t^2}+\frac{(x-m_t')^2}{2\sigma_t'^2}\right]\Delta x=A_t\frac{1}{2\pi\sigma_t\sigma_t'}\int_{-\infty}^{\infty}exp.-\left[\frac{(x-m_t)^2}{2\sigma_t^2}+\frac{(x-m_t')^2}{2\sigma_t'^2}\right]dx\cdots(6)$$

$t=t'$ のとき (6) は，

$$P(t,\ t)=\frac{1}{2\pi\sigma_t^2}\int_{-\infty}^{\infty}exp.-\frac{(x-m_t)^2}{\sigma_t^2}dx=\frac{1}{2\sqrt{\pi}\sigma_t}\cdots\cdots(7)$$

$t\neq t'$ のとき

$$P(tt')=\frac{1}{2\pi\sigma_t\sigma_t'}\int_{-\infty}^{\infty}exp.-\left[\frac{(x-m_t)^2}{2\sigma_t^2}+\frac{(x-m_t')^2}{2\sigma_t'^2}\right]dx=\frac{1}{\sqrt{2\pi(\sigma_t^2+\sigma_t'^2)}}\cdot exp.-\left[-\frac{1}{2}\ \frac{(m_t-m_t')^2}{(\sigma_t^2+\sigma_t'^2)}\right]\cdots\cdots(8)$$

すなわち $\sqrt{\sigma_t^2+\sigma_t'^2}$ を標準偏差とし，m_t-m_t' を平均とする正規分布函数と同型であるから，正規分布の表を用いて容易に求めることが出来る。

すなわち $\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{y^2}{2}}=\varphi(y)$ とすれば，基準方程式は次の形になる。

$$E(t):\quad \sum_x\frac{F(x)}{\sigma_t}\varphi\left(\frac{x-m_t}{\sigma_t}\right)=A_t\cdot\frac{1}{2\sqrt{\pi}\sigma_t}+\sum_{t'}A'_{t'}\frac{1}{\sqrt{\sigma^2_t+\sigma_t'^2}}\times\varphi\left(\frac{m_t-m_t'}{\sqrt{\sigma_t^2+\sigma_t'^2}}\right)\cdots\cdots(9)$$

この場合，ダツシユは異る年令 tt' の組合せによつて出来た項を示す。

このようにして出来た基準方程式を解いて得られた A_t の最確値に誤差を互する原因として2つの原因がある。

(A)　体長組成 $F(x)$ に誤差のあること，この場合には同一年令内の体長分布を定める m_t, σ_t は確定しているとする。

(B)　m_t, σ_t の推定値の Sampling Error によるもの。

(A) の場合：基準方程式を普通の形に書きなおして，

$$l_1=A_1P(_{11})+A_2P(_{13})+\cdots\cdots$$
$$l_2=A_1P(_{21})+A_2P(_{22})+\cdots\cdots$$
$$\vdots$$

ここに　$l_t=\sum_x F_x\frac{1}{\sigma_t}\varphi\left(\frac{x-m_t}{\sigma_t}\right)$

この場合 A_t の標準誤差 εA_t は

$$\varepsilon^2A_t=\varepsilon^2\times\frac{D_{tt}}{D}\cdots\cdots(10)$$

但し　$D=\begin{vmatrix}P(_{11}) & P(_{12})\cdots\cdots\\ P(_{21}) & P(_{22})\cdots\cdots\\ P(_{22}) & P(_{23})\cdots\cdots\end{vmatrix}$　即ち $P(_{ii})$ を主値とする行列式，また D_{ii} はこの行列式の $P(_{ii})$ の小行列式である。又 ε^2 は体長組成値 $F(x)\Delta x$ が各階級について等しい標準誤差 $\varepsilon(F(x))$ を有するときの標準誤差である。

1951年大羽イワシ調査（新潟）の資料を例にとると，各体長組成の実測精度 $\frac{\varepsilon F(x)}{F(x)}$ は単純抽出とすれば *mode* で 0.05 程度，両端で 0.7 程度である。したがつて，体長組成推定値の標準誤差は下表のようになり，厳密には等しくはないが，大体の目安をつけるため大きく見積つて 0.007 とおく。尚副次抽出とすれば約4倍になり 0.03とおいて差支ないであろう。

x	Fx	$\frac{\varepsilon Fx}{Fx}$	εFx	x	Fx	$\frac{\varepsilon F(x)}{F(x)}$	$\varepsilon F(x)$
17.5	0.002	0.650	0.001	21.5	0.109	0.074	0.008
18.0	0.010	0.250	0.003	22 0	0.074	0.092	0.007
18.5	0.086	0.136	0.005	22.5	0.039	0.128	0.005
19.0	0.087	0.083	0.007	23.0	0.016	0.244	0.004
19.5	0.140	0.064	0.009	23.5	0.007	0.767	0.005
20.0	1.198	0.050	0.009	24.0	0.002	0.500	0.001
20.5	0.169	0.057	0.008	24.0			
21.0	0.111	0.070	0.008	24.5			

又５才以上のものは僅かであるから行列式を作るときに省略すると未知数は A_1, A_2, A_3 の３個で夫々２才，３才，４才のものに相当する。

基準方程式の係数の行列式は

$$D=\begin{vmatrix} 0.301 & 0.153 & 0.035 \\ 0.153 & 0.380 & 0.246 \\ 0.305 & 0.246 & 0.490 \end{vmatrix}=0.030$$

$$D_{11}=0.095 \qquad \frac{D_{11}}{D}=3.14 \qquad \varepsilon A_1=0.03\times\sqrt{3.14}=0.053$$

$$D_{22}=0.1220 \qquad \frac{D_{22}}{D}=4.06 \qquad \varepsilon A_2=0.03\times\sqrt{4.06}=0.061$$

$$D_{33}=0.0694 \qquad \frac{D_{33}}{D}=2.30 \qquad \varepsilon A_3=0.03\times\sqrt{2.30}=0.045$$

$A_1=0.26$　$A_2=0.53$　$A_3=0.14$　とすると

$$\frac{\varepsilon A_1}{A_1}=0.20 \qquad \frac{\varepsilon A_2}{A_2}=0.11 \qquad \frac{\varepsilon A_3}{A_3}=0.30$$

となる。すなわち，体長組成自体の *mode* に 20 % 程度の誤差があるときは，年令組成は 10 ～ 30 % の誤差（絶対値にして 5 % 程度の誤差が生ずる）

（B） 統計量 m_t ,σ_t の Sampling Error のあるとき，

m_t, σ_t を標本値より（m_t, S_t）によつて推定するとき，この標本分散を見ると，

$$\left.\begin{aligned} \sigma_{\bar{m}_t}&=\frac{\sigma_t}{\sqrt{n}} \\ \sigma_{S^2}&=\frac{\sqrt{2(n-1)}}{n}\ \sigma_t^2 \end{aligned}\right\} \cdots\cdots\cdots\cdots (11)$$

（S の分散より S^2 の分散が扱い易い）

又 $E(m_t)=m_t$　$E(S^2)=\sigma^2$（n は大体 30 より大）$\cdots\cdots\cdots$ (12)

すなわち m_t, σ_t^2 の分散はどちらも σ_t と標本の大きさのみによつている。

σ_t, n と σm_t, σ_{S^2} の関係を示すと下の様になる。

σmt

n \ σ_t	0.5	0.7	1.0
50	0.07	0.10	0.14
100	0.05	0.07	0.10
500	0.02	0.03	0.04

ΔS^2

n \ σ_t	0.5	0.7	1.0
50	0.04	0.13	0.19
100	0.03	0.02	0.04
500	0.01	0.44	0.02

これによると σ_{mt} は標本数が100程度で測定誤差に入るが，$\sigma(s_t^2)$ を測定誤差 $(0.1)^2=0.01$ 以内に入れるには500の標本でも十分とはいえない。今扱つている例では標本数は相当大であるから $\sigma_{mt}=0.04$　$\sigma_{St}=0.04$ 位であらうが，各地域毎に推定するときは標本数は100程度で $\varepsilon_{mt}=0.07$　$\varepsilon_{St}=0.05$ 位であらう。m_t，$\sigma^2{}_t{}'$ に，したがつてこの程度の誤差を生ずるものとし，ε_{mt}，ε_t^2 とかけば，これ等が $P(tt')$ 等に与へる影響は，

$t=t'$ のとき

$$P(tt')=\frac{1}{2\sqrt{\pi}}\ \frac{1}{\sigma_t}$$

$$\varepsilon^2\sigma P(tt')=\left(\frac{dP(tt)}{d\sigma^2{}_t}\right)^2(\varepsilon\sigma_t{}^2)^2=\left(\frac{-1}{4\sqrt{\pi}}\ \frac{1}{\sigma_t{}^3}\right)^2(\varepsilon\sigma^2{}_t)^2=\frac{1}{16\pi\sigma_t{}^6}\cdot(\varepsilon\sigma^2{}_t)^2 \cdots\cdots\cdots\cdots(13)$$

$t=t'$ のとき

$$P(tt')=\frac{1}{\sqrt{\sigma_t{}^2+\sigma_t{}'^2}}\,\varphi\frac{(m_t-m_t{}')}{\sqrt{\sigma^2{}_t+\sigma_t{}'^2}}$$

$$(\varepsilon P(tt'))^2\equiv\varepsilon^2P(tt')=\left(\frac{\partial P(tt')}{\partial m_t}\right)^2(\varepsilon^2m_t)+\left(\frac{\partial P(tt')}{\partial m_t{}'}\right)^2(\varepsilon^2m_t{}')+\left(\frac{\partial P(tt')}{\partial\sigma_t{}^2}\right)^2(\varepsilon^2\sigma_t{}^2)+\frac{\partial P(tt')}{\partial\sigma_t{}^{2\prime}}(\varepsilon\sigma^2{}_t{}')^2\cdots\cdots(14)$$

$$\frac{\partial P(tt')}{\partial m_t}=\frac{1}{\sigma_t{}^2+\sigma_t{}'^2}\varphi'=-\frac{\partial P(tt')}{\partial m_t{}'}$$

$$\left(\frac{\partial P(tt')}{\partial m_t}\right)^2=\left(\frac{\partial P(tt')}{\partial m_t{}'}\right)^2=\frac{1}{(\sigma_t{}^2+\sigma_t{}'^2)^2}(\varphi')^2\cdots\cdots\cdots\cdots(15)$$

$$\frac{\partial P(tt')}{\partial\sigma_t{}^2}=\frac{\partial P(tt')}{\partial\sigma^2{}_t{}'}=\frac{1}{2}\frac{(m_t-m_t{}')}{(\sigma_t{}^2+\sigma_t{}'^2)^2}\varphi'$$

$$\left(\frac{\partial P(tt')}{\partial\sigma_t{}^2}\right)^2=\left(\frac{\partial P(tt')}{\partial\sigma_t{}^2}\right)^2=\frac{1}{4}\frac{(m_t-m_t{}')^2}{(\sigma_t{}^2+\sigma_t{}'^2)^4}(\varphi')^2\cdots\cdots\cdots\cdots(16)$$

$$\varepsilon^2P(tt')=(\varphi')^2\times\left\{\frac{\varepsilon^2m_t{}^2+\varepsilon^2m_t{}'}{(\sigma_t{}^2+\sigma_t{}'^2)^2}+\frac{1}{4}\frac{(m_t-m_t{}')^2}{(\sigma_t{}^2+\sigma_t{}'^2)^4}(\varepsilon\sigma_t{}^2+\varepsilon\sigma_t{}'^2)\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots$$

但し φ' は $\dfrac{m_t-m_t{}'}{\sqrt{\sigma_t{}^2+\sigma_t{}^{2\prime}}}$ における値を示す。

$$(\varepsilon^2m_t)^2+(\varepsilon^2m_t{}')=(0.07)^2\times2=0.0098$$

$$(\varepsilon^2\sigma_t{}^2)+(\varepsilon^2\sigma_t{}'^2)=2\times(0.05)^2=0.005$$

これ等に夫々の値を代入すると，

$$\varepsilon^2P(11)=\frac{\Delta\sigma_t{}^2}{16\pi\sigma_t{}^6}=\frac{(0.05)^2}{16\times\pi\times(0.93)^6}=0.0000765$$

$$\varepsilon^2P(22)=\frac{(0.05)^2}{16\times\pi\times(0.73)^6}=0.000325$$

$$\varepsilon^2P(33)=\frac{(0.05)^2}{16\times\pi\times(0.57)^6}=0.00131$$

$$\varepsilon P(11)=0.0087$$

$$\varepsilon P(22)=0.0181$$

$$\varepsilon P(33)=0.037$$

このようにパラメータに誤差のある場合の At の誤差について正式の方法(6) で解くことも出来るが，計算が甚だ煩雑であるので直接計算によつて見当をつけた。

ΔD を標準誤差ではないが，行列式の各要素が $\varepsilon p_{tt'}$ づつ増したときの行列式の値の増分とすれば

	P(12)	P(13)	P(23)
$m_t-m_t{}'$	1.6	2.5	0.9
$\dfrac{(m_t-m_t{}')^2}{4}$	0.64	1.31	0.205
$\sigma_t{}^2+\sigma_t{}'^2$	1.398	1.190	0.858
$(\sigma_t{}^2+\sigma_t{}'^2)^2$	1.954	1.416	0.736
$(\sigma_t{}^2+\sigma_t{}'^2)^4$	3.818	2.005	0.541
φ	0.154	0.035	0.247
φ'	−0.209	−0.082	−0.242
$(\varphi')^2$	0.0437	0.0067	0.0585
$\dfrac{\varepsilon^2m_t+\varepsilon^2m_t{}'}{(\sigma_t{}^2+\sigma_t{}'^2)^2}$	0.005	0.007	0.0132
$\dfrac{1}{4}\dfrac{(m^t-m^{t\prime})^2}{(\sigma_t{}^2+\sigma_t{}'^2)^4}$	0.167	0.650	0.379
〃 $\times(\varepsilon\sigma_t{}'^2+\varepsilon\sigma_t{}'^2)$	0.00083	0.0032	0.0189
$\{\quad\}$	0.0058	0.0102	0.0320
$(\varphi')^2\{\quad\}$	0.00029	0.00006	0.00187
ε	0.014	0.0008	0.045

$$D+\Delta D=\begin{vmatrix} 0.301+0.009 & 0.153+0.014 & 0.035+0.048 \\ 0.153+0.014 & 0.380+0.018 & 0.246+0.045 \\ 0.035+0.008 & 0.246+0.045 & 0.490+0.097 \end{vmatrix}=\begin{vmatrix} 0.310 & 0.167 & 0.043 \\ 0.167 & 0.398 & 0.291 \\ 0.043 & 0.291 & 0.527 \end{vmatrix}=0.0275$$

$$\frac{\Delta D}{D}=\frac{0.0301-0.0275}{0.0301}=0.086$$

即ち8～9％の誤差が生じ得る，又 A_t をとく方程式の分子の行列式もやはり同程度の誤差があるとすれば，したがつて A_t の誤差百分率は分母子の誤差の百分率の和として20％程度が予想される。

このような大きな誤差を生ずる原因は $\varepsilon P(12)$，$\varepsilon P(23)$ の如く相隣る2年の生長（殊に高年の）に関係ある誤差で，これを小さくするには εm_t，$\varepsilon \sigma_t'^2$ をもつと小さくしなくてはならない。しかし，標本の測定法自身が誤差を含んでいるので，標本を多くしても効果はさしてあがらず，又高年令のものをこのように数多くとることは困難であらう。このように，体長組成の誤差，パラメーターの誤差の2つの原因によつて，相当大きな誤差を有するので，この方法で年令組成を求めることは危険である。

3. 第2法による場合の吟味

この場合は各体長階級毎に，その年令組成を知るのであるから，年令査定用の資料は，体長で層別した中より無作為にとらねばならず，即ち体長組成用資料より，副次抽出によりとるか，又は体長組成用資料を全数調査する必要がある。

このとき，

$$A_t=\sum_x F(x)f_x(t)\Delta x \quad\cdots\cdots(2)$$

又は

$$A_t=\int_x F(x)f_x(t)dx \quad\cdots\cdots(3)$$

一つの体長範囲については，

$$\Delta A_t=F(x)f_x(t)\Delta x \quad\cdots\cdots(18)$$

$$\frac{\varepsilon\Delta A_t}{\Delta A_t}=\frac{\varepsilon F(x)\Delta x}{F(x)\Delta x}+\frac{\varepsilon f_x(t)}{f_x(t)} \quad\cdots\cdots(19)$$

$Fx\Delta x=P(x)$ とかけば，

$$\frac{\varepsilon\Delta A_t}{\Delta A_t}=\frac{\varepsilon P(x)}{P(x)}+\frac{\varepsilon f_x(t)}{f_x(t)} \quad\cdots\cdots(20)$$

しかるに $\dfrac{\varepsilon P(x)}{P(x)}$ は単純抽出の場合は $\sqrt{\dfrac{1-P(x)}{NP(x)}}$ （N は全標本数）

$$\frac{\varepsilon f_x(t)}{f_x(t)}=\sqrt{\frac{n_x-n_x(t)}{(n_x-1)n_x(t)}\cdot\frac{1-f_x(t)}{f_x(t)}} \quad\cdots\cdots(21)$$

よつて

$$\frac{\varepsilon\Delta A_t}{\Delta A_t}=\sqrt{\frac{1-P_{(x)}}{NP_{(x)}}}+\sqrt{\frac{n_x-n(t)}{n_x(t)(n_x-1)}\cdot\frac{1-f_x(t)}{f_x(t)}} \quad\cdots\cdots(22)$$

但し

$$\varepsilon^2(A_t)=\sum_x \varepsilon^2\Delta A_t$$

$$\frac{\varepsilon^2 A_t}{A_t}=\frac{\sum_x \varepsilon^2\Delta A_t}{A_t} \quad\cdots\cdots(23)$$

$f_x(t)$ を前と同じく1950年委託調査によるものを用い，1951年の新潟の体長組成によつて計算を試みた。勿論この $f_x(t)$ は前の $P_t(x)$ のように安定したものではないから このようにして得られた

A_t の値は正しくはなく，第1法により求められたものと比較して論ずることは出来ず，単に一つの計算例として誤差の目安を与えるものにすぎない。尚 $N=1000$ $t=2$（2才）として年令は全数調査とした例である。

$t=2,\ N=1000$ としたときの例

x	P_x	$f_x(t)$	n_x	$\frac{\varepsilon P(x)}{P(x)}$	$n_x(t)$	$\frac{\varepsilon f_x(t)}{f_x(t)}$	$\frac{\varepsilon \varDelta A_t}{\varDelta A_t}$	$\varepsilon \varDelta At$
17.5	0.002	0.80	2	0.705	2	0	0.705	1.4
18.0	0.010	0.80	10	0.314	8	0.120	0.434	3.5
18.5	0.086	0.93	86	0.105	84	0.002	0.107	9.0
19.0	0.087	0.92	87	0.100	81	0.002	0.102	8.2
19.5	0.140	0.87	140	0.078	121	0.046	0.124	15.0
20.0	0.198	0.81	198	0.050	160	0.051	0.101	16.0
20.5	0.169	0.59	169	0.054	102	0.130	0.184	18.6
21.0	0.111	0.30	111	0.090	33	0.242	0.332	11.0
21.5	0.109	0.06	109	0.090	8	0.412	0.502	4.2
22.0	0.074	0.01	74	0.112				
22.5	0.039		39	0.157				
23.0	0.016		16	0.248				
23.5	0.007		7	0.376				
24.0	0.002		2	0.706				
計					580			

$$\Sigma\varepsilon^2\varDelta(t)=\varepsilon^2 At=105.500$$

$$\varepsilon At=32.3$$

$$\frac{\varepsilon At}{At}=\frac{32.3}{580}=0.056$$

	At	$\frac{\varDelta At}{At}$		
		$N=100$	1500	2000
2才	0.58	0.056	0.044	0.039
3才	0.29	0.102	0.084	0.072

これは体長組成用資料が単純抽出されたものであり，又この資料を全部体長別に年令組成をしらべるものとしての計算である。実際に単純抽出でなく，日，船，容器，魚体という多段抽出を行ひ，又令査定用の資料も，体長組成用資料よりの副次抽出である。（この場合は第1法の場合と異り，各体長階級別の母集団年令組成が正しく保たれるように完全な無作為抽出をしなくてはならない。）このときは第1法同様，はるかにこの誤差が大きくなり，やはり20～30%にもなることが予想される。ことに高年令のものにおいて $\frac{1-f(t)}{f_x(t)}$ の価が大きくなつて精度を落す。（n_x が5より小さなときは，$\varepsilon\varDelta A$ はこの価よりやや少くする必要がある。）結局この方法によるときは，年令査定法の標本を得る労苦と必要な注意は増大する。結果の精度においては，必ずしも第1法に比して遙かにすぐれているとはいえない。

4. 直　接　推　定　法

以上の如く，体長と年令との関係から間接に推定することが困難であるとすれば，直接に年令査定

法の資料を無作為標本として採集して年令組成を直接に推定する必要がある。この場合の標本数，精度について考える。

体長組成を求めるための標本数設計の場合と同じく

$$\varepsilon^2=\frac{N-n}{n(N-1)}\cdot\frac{1-P}{P}\quad\cdots\cdots(24)$$

（但し N は母集団の大きさ，n は標本数，p は求める年令組成の百分率）　$N\to\infty$

$N\to\infty$ とすれば

$$\varepsilon_1{}^2=\frac{1-P}{Pn}$$

ε \ p	0.5 2才	0.2 3才	0.1 4才	0.05
0.2	25	100	135	475
0.1	100	400	900	1900
0.05	400	1600	3600	7600

2才に於て　$P=\frac{1}{2}\sim\frac{1}{5}$

3才　〃　$P=\frac{1}{2}\sim\frac{1}{10}$

4　才〃　$P=\frac{1}{10}\sim\frac{1}{20}$

この場合，標準誤差を2～5％におくことにすれば（4才では1～2％）

$P=\frac{1}{2}$　$\varepsilon=0.05\sim0.1$　$n=100\sim400$

$P=\frac{1}{5}$　$\varepsilon=0.1\sim0.2$　$n=100\sim400$

$P=\frac{1}{10}$　$\varepsilon=0.2\sim0.1$　$n=135\sim900$

$P=\frac{1}{20}$　$\varepsilon=0.2$　$n=475$

すなわち500個の標本を無作為抽出すればよい。ただしこれは単純抽出法の場合で，多段抽出の場合は ε の値が数倍に増大することが予想されるので，体長調査と同じく，1回の測定数を減じても測定回数を大にする必要がある。

5. 結　　論

以上のことより次の結論を得る。

(1)　年令組成の推定は，体長より間接に知るのは困難で直接査定に向う必要がある。

(2)　この場合の標本数は，1母集団について500以上を必要とし，体長組成用標本より副次抽出によるのでは不十分である。

(3)　したがつて調査計画は，年令査定用標本を直接に無作為抽出することが出来るように作らねばならぬ。

6. 附　　記

以上は各年令組成を独立に推定することを目的とした，年令分布に，例えば指数型というような条件があり，全体を通じての生残率を計算しようというような時は各年令毎の精度はもつと落してもよいであらうが，イワシの場合は問題になるのは高年魚よりは2～3才の各年令組成より発生年級の変動等を知るのが目的であるから，主年令群の組成は独立にある精度をもつて推定する必要がある。

附記　この研究は，全国イワシ資源調査担当者会議の決定による全国調査の一環をなすものであり，岡地伊佐雄氏の熱心な助力と赤尾多喜子嬢の計算の労苦に感謝する。

文　献

(1) **O. E. SETTE** ('50): Structure of a Research Program to Determinate How Fishing Affects in Resources Sepecial Scien. Rep. No. 15, U. S. F. W.

(2) **HODGSON.** ('40): Improved Sampling Method. Lowestoft.

(3) **伊東外2名** ('51): 日本海北部における洄游性魚類資源調査，日水研報 No. 1,
　〃　昭和25年イワシ対策調査概報

(4) **SETTE** ('50): 前　述　〃

(5) **山中一郎** ('51): 体長組成の取まとめ方について，底資調研連 7,

(6) **水野善右エ門** ('51): 測定値整理法,

(7) **土井長之** ('48): 生残率を求める推計学的方法，日水誌 Vol. 14,