

体長組成推定法の改良*

山 中 一 郎

An improved method estimating body length composition

Ichiro YAMANAKA

Synopsis

On estimating body length composition in the study of vital statistics, ratio estimation is used instead of simple estimation in order to increase precision.

Put M : Number of voyages in population,

m : ; ; ; ; in sample,

$X_i \equiv N_i$: Total number of individuals in the i -th sample voyage,

n_i : Number of individuals drawn as sample in the i -th sample voyage,

y_{ij} : Number of samples belonging to the j -th length interval in the i -th sample voyage,

r_i : Sampling ratio in the i -th sample voyage,

Then, the ratio estimates P'_j , that of the number of individuals belonging to the j -th length interval P_j is shown as the formula (2), and its variance is shown in (9), here every notation is explained in (6)~(8).

As seen in the examples, the between-voyage variance C_B^2 is much larger than the within voyage one C_E^2 , and the latter is practically negligible. Using this method, the precision can be remarkably increased with decreasing the procedure of computation.

資源調査において、体長組成推定は生物統計研究に重要な役を占めており、ある体長階級に属する個体数を推定すること、及びその精度については土井^りにより論じられている。これは単純推定であり、この場合に推定されたある体長階級に属する総数の精度が概して悪いことはよく知られていることである。これは主として標本船（標本航海）間の変動が極めて大きいことによるものであり、又この原因としても2つの事が考えられる。第1には、1回の航海の漁獲高の変動によるものであり、他は1回の漁獲物の組成の不均一性によるものである。後者は前者に比して少であると考えられる。つまり、1漁獲の中である大きさを占めるものの割合は、漁獲高の変動自体に比して少いものと考えられる。

したがって、もし漁獲高自体とこの割合とを別々に適当な精度をもつて推定することが出来るならば、ある階級に属するものの総数も、この2つの推定量を乗ずることによつて推定出来る。

前者については、統計調査部の努力によつて総漁獲高を推定する方法は著しく改良されたので、後者を十分なる精度をもつて推定することがえられれば、我々の目的は達しうることになる。

この目的のために、比推定によつて、ある体長階級に属するものの割合を推定することを考えた。

* 尙この報文は昭和27年6月全国イワシ調査担当者会議で発表したものである。

M母集団 (ある地域, ある時期を考えて) の航海数

m標本航海数

N_i第 i 標本航海の漁獲尾数

n_iこの中から抽出された標本尾数

ここで, 各標本個体に対し, x_{ik}, y_{ik} の 2 つの変量を与える。 x_{ik} は常に 1 であり, 又 y_{ik} はこの個体が j なる体長階級に属するときは 1 であり, それ以外の時は 0 をとる。更に

$$X = \sum_{i=1}^M \sum_{k=1}^{N_i} x_{ik} \dots\dots\dots \text{母集団の } x_{ik} \text{ の総和}$$

$$Y_j = \sum_{i=1}^M \sum_{k=1}^{N_i} y_{ik} \dots\dots\dots // \quad y_{ik} \quad //$$

$$X_i = \sum_{k=1}^{N_i} x_{ik} \dots\dots\dots \text{第 } i \text{ 標本船の } x_{ik} \text{ の総和}$$

$$Y_{ij} = \sum_{k=1}^{N_i} y_{ik} \dots\dots\dots // \quad y_{ik} \quad //$$

$x_i = n_i$ 第 i 標本船よりの標本尾数

y^{ij} 同じく j の階級に属するもの

この場合 $X_i = N_i, Y_{ij}$ は第 i 標本船の総漁獲物中体長階級 j なるものの数, X は母集団の大きさ, Y はこの中, 体長階級 j なるものの総数である。

$$\text{又 } \sum_{k=1}^{n_i} X_{ik} = n_i$$

$$\sum_{k=1}^{n_i} y_{ik} = y_{ij}$$

求めんとする母集団中 j なる体長階級を有するものの割合を P_j とすれば

$$P_j = \frac{Y_j}{X} \dots\dots\dots (1)$$

この比推定を P_j' とすれば

$$P_j' = \frac{\sum_{i=1}^m r_i \sum_{k=1}^{m_i} y_{ik}}{\sum_{i=1}^m r_i \sum_{k=1}^{m_i} x_{ik}} = \frac{\sum_{i=1}^m r_i y_{ij}}{\sum_{i=1}^m r_i n_i} \dots\dots\dots (2)$$

ここで r_i は第 i -標本航海中の標本抽出比である。

この変動は

$$V(P_j') = (P_j)^2 M^2 \frac{M-m}{M-1} \frac{1}{m} \left[\frac{\sigma_x^2}{X^2} + \frac{\sigma_y^2}{Y^2} - 2 \frac{cov_c(xy)}{XY} \right] + \frac{M}{m} \sum_{j=1}^n N_i^2 \frac{N_i - n_i}{N_i - 1} \frac{1}{n_i} \left[\frac{\sigma_x^2}{X^2} + \frac{\sigma_y^2}{Y^2} - 2 \frac{cov_c(xy)}{XY} \right] \dots\dots\dots (3)$$

ここで

$$\sigma_x^2 = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M (X_i - \bar{X})^2$$

$$\sigma_y^2 = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M (Y_i - \bar{Y})^2$$

$$\left. \begin{aligned} cov_e(xy) &= \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y}) \\ \sigma_x^2 &= \frac{1}{N_i} \sum_{k=1}^{N_i} (x_{ik} - \bar{x}_i)^2 \\ \sigma_y^2 &= \frac{1}{N_i} \sum_{k=1}^{N_i} (y_{ik} - \bar{y}_i)^2 \\ cov_i(xy) &= \frac{1}{N_i} \sum_{k=1}^{N_i} (x_{ik} - \bar{x}_i)(y_{ik} - \bar{y}_i) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(4)$$

ここで、 x_{ik} は常に 1 であるから

$$\sigma_x^2 = 0 \dots\dots\dots(5)$$

又 P_{ij} を、第 i 標本船内の階級 j に属するものの割合とすれば、

$$\sigma_y^2 = P_{ij}(1 - P_{ij}) \dots\dots\dots(6)$$

$$cov_i(xy) = \frac{1}{N_i} \sum_{k=1}^{N_i} (x_{ik} y_{ik} - N_i \bar{x}_i \bar{y}_i) = \frac{1}{N_i} (N_i P_{ij} - N_i P_{ij}) = 0 \dots\dots\dots(7)$$

更に

$$C_X^2 = \frac{\sigma_x^2}{\bar{X}^2} \quad C_Y^2 = \frac{\sigma_y^2}{\bar{Y}^2} \quad \rho_{(XY)} = \frac{cov_e(xy)}{\sqrt{\sigma_x^2 \sigma_y^2}} \dots\dots\dots(8)$$

とすれば(3)は、

$$\begin{aligned} \frac{V(P_j')}{(P_j)^2} &= M^2 \frac{M-m}{M-1} \frac{1}{m} \left[\frac{\sigma_x^2}{\bar{X}^2} + \frac{\sigma_y^2}{\bar{Y}^2} - 2 \frac{cov_e(XY)}{\bar{X}\bar{Y}} \right] + \frac{M}{m} \sum_{i=1}^M X_i^2 \frac{X_i - n_i}{X_i - 1} \frac{1}{n_i} \frac{P_{ij}(1 - P_{ij})}{\bar{Y}^2} \\ &= M^2 \frac{M-m}{M-1} \frac{1}{m} \left[C_X^2 + C_Y^2 - 2\rho_{XY} C_X C_Y \right] + \frac{M}{m} \sum_{i=1}^m \frac{X_i - n_i}{X_i - 1} \frac{P_{ij}(1 - P_{ij})}{n_i} \frac{1}{\bar{Y}^2} \\ &= M^2 \frac{M-m}{M-1} \frac{1}{m} \left[C_X^2 + C_Y^2 - 2\rho_{XY} C_X C_Y \right] + \frac{m}{M \sum_i (Y_{ij})^2} \sum \frac{X_i^2}{n_i} \frac{X_i - m_i}{X_i - 1} P_{ij}(1 - P_{ij}) = C_E^2 + C_I^2 \dots\dots\dots(9) \end{aligned}$$

この最初の項 C_E^2 は航海間 (船間) の変動を、最後の項 C_I^2 は船内の変動を示している。後で実際に示すとく後者は前者に比して極めて小さい。 C_Y^2 以外の項を全部除くと、この式は単純推定と全く同じになる。よつて比推定の効果は [] 内の値と C_Y^2 の比較によつて知ることが出来る。

1951~2年の委託調査によつて得られた実例を示す。

Maiwashi, (*Sardinops melanosticta* (T. & S.))
At Niigata, Apr.-May, 1951 m=11

j (c. m.)	C_Y^2	P_{XY}	$C_X^2 + C_Y^2 - 2\rho_{XY} C_X C_Y$	C_E^2	C_I^2	$\sqrt{C_E^2 + C_I^2}$	P_j
18.0	2.18	0.44	1.76	0.16	<0.01	0.4	0.04
18.5	0.94	0.75	0.32	0.03		0.17	0.09
19.0	1.01	0.78	0.33	0.03		0.17	0.14
19.5	1.78	0.88	0.57	0.05		0.22	0.20
20.0	0.70	0.99	0.03	0.003		0.05	0.16
20.5	0.67	0.91	0.12	0.011		0.11	0.11
21.0	0.73	0.91	0.13	0.012		0.14	0.11
21.5	0.81	0.94	0.11	0.01		0.10	0.08
22.0	0.57	0.95	0.09	0.008		0.09	0.04

Mushigarei, (*Eopsseta grigorjewi* (HERZENSTEIN))

At Hamada. Sept.-Dec. 1951 m=29

j	C_Y^2	P_{XY}	$C_X^2 + C_Y^2 - 2\rho_{XY}C_X C_Y$	C_E^2	C_I^2	$\sqrt{C_E^2 + C_I^2}$	P_j
13	2.1	0.38	2.04	0.07	0.0003	0.26	0.081
14	2.2	0.82	0.77	0.03		0.16	0.064
15	1.9	0.81	0.68	0.02		0.15	0.071
16	2.5	0.80	1.31	0.04		0.21	0.104
17	1.5	0.67	1.54	0.05		0.23	0.112
18	1.0	0.67	0.73	0.002		0.05	0.093
19	1.0	0.86	0.51	0.036		0.18	0.084
20	1.3	0.71	0.24	0.06		0.24	0.049

Sohachi-garei, (*Cleisthenes herzensteini* (SCHMIDT))

At Niigata Sep.-Dec. 1951 m=28

j	C_Y^2	P_{XY}	$C_X^2 + C_Y^2 - 2\rho_{XY}C_X C_Y$	C_E^2	C_I^2	$\sqrt{C_E^2 + C_I^2}$	P_i
12	13.9	0.97	1.0	0.016	0.009	0.16	0.055
13	12.2	0.90	2.3	0.038	0.0003	0.15	0.092
14	13.4	0.96	1.1	0.018	0.002	0.14	0.226
15	13.1	0.98	0.4	0.007	0.001	0.08	0.242
16	13.7	0.98	0.8	0.013	0.002	0.13	0.167
17	11.9	0.87	2.9	0.048	0.006	0.30	0.045
18	9.4	0.47	10.7	0.176	0.009	0.43	0.016

これによれば (1) 航海間の変動に比して航海内変動は極めて小さく無視し得る, (2) よつて精度を上げるには標本船数を増すのがよい。(3) 現在程度に標本数があるときは第2項は無視出来る。(4) ある標本船の漁獲高で, この中のある階級に属するものの数との相関係数 $\rho_{(XY)}$ で高いときは比推定によつて全変動を極めて少くすることが出来る。

我々の目的にとつて, 最も重要なのは体長頻度のモード附近の組成であることが多く, 又, このときに $\rho_{(XY)}$ が1に近いことが多いのであるから, この比推定は十分実用に供し得るものであり, 単純推定に比して勝つているものである。

附 記 この研究は全国イワシ底魚資源担当者会議の決定による全国調査の一部として行われたものである。常に援助を与へられた日水研所長内橋潔氏, 同加藤源治氏, 有益なる助言を与へられた東海区水研田中昌一氏, 熱心に協力され数値計算を監督された岡地伊佐雄氏, 同じく数値計算の担当者赤尾多喜子嬢に謝意を示す。

文 献

土井長之 体長組成の精度について 以西底魚資源調査研究報告 No. 3, p.p 39 (1951)
西海区水研